O conhecimento para ensinar Matemática na prática letiva de uma futura professora do 2.º ciclo: O conceito de percentagem

Nadia Ferreira

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
nadiadferreira@gmail.com

João Pedro da Ponte

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
jpponte@ie.ul.pt

Resumo *Neste capítulo caracterizamos* a prática letiva *de uma professora estagiária, Berta, evidenciando as suas ações e conhecimento no momento de planificação e concretização. Damos atenção à natureza do conhecimento para ensinar Matemática, com foco no conhecimento sobre os alunos e tarefas e nas ações e comunicação durante a exploração de uma tarefa. Para isso recolhemos e analisámos dados de entrevistas, planificações, reflexões e vídeos das aulas observadas. Analisamos as opções e dificuldades vividas perante situações previstas e imprevistas na sala de aula. O caso de Berta evidencia a importância de antecipar possíveis resoluções dos alunos, preparar questões para a fase de exploração da tarefa e identificar representações eficientes para realçar as ideias matemáticas a construir.*

Introdução

Os números racionais são um tema fundamental no programa de Matemática do 2.º ciclo. Trata-se de um tema que levanta dificuldades na aprendizagem aos alunos e que desafia os professores no que diz respeito ao seu conhecimento e às suas práticas. Ao realizar uma prática de cariz exploratório, os professores procuram promover uma aprendizagem significativa e de natureza conceptual das diferentes representações deste conjunto numérico e a exploração dos diferentes significados dos números racionais (Lamon, 2006; Ma, 1999; NCTM, 2007). No entanto, a prática letiva de natureza exploratória é complexa e exige do professor um conhecimento profundo e conceptual da Matemática e do seu ensino (Ball, Thames & Phelps, 2008; Ponte & Chapman, 2015). Consideramos importante compreender o conhecimento dos futuros professores no momento da sua prática supervisionada, assumindo que, nesse contexto, o conhecimento do futuro professor é sujeito a circunstâncias que permitem a perceção da sua natureza. Neste capítulo apresentamos o caso de uma professora estagiária do 2.º ciclo do ensino básico (Berta). Mostramos como decorreu o momento de planificação e como a concretizou em sala de aula gerindo situações previstas e imprevistas. No momento da planificação analisamos os diferentes aspetos considerados e o processo de aperfeiçoamento da preparação da aula. No momento da concretização, analisamos os desafios colocados à professora estagiária especificamente durante a discussão da tarefa proposta. Deste modo, procuramos compreender o conhecimento para ensinar Matemática relativo ao processo de ensino-aprendizagem de números racionais, especificamente, quando explora o conceito de percentagem.

O conhecimento para ensinar Matemática do professor

Dois campos fundamentais do conhecimento do professor são o conhecimento matemático para ensinar e conhecimento didático que, na prática letiva, surgem de forma profundamente integrada. Mas mais que mapear o conhecimento matemático e didático, é importante compreender a sua natureza e como intervém na prática letiva. O conhecimento matemático para ensinar envolve dois aspetos essenciais: o conhecimento processual e o conhecimento conceptual (Hiebert, 1988; Rittle-Johnson & Schneider, 2012). O conhecimento processual é constituído por regras e procedimentos para resolver problemas matemáticos e o conhecimento conceptual organiza-se numa rede de conceitos fundamentais. Um professor pode ter conhecimento processual e não ter conhecimento conceptual mas um professor que tem conhecimento conceptual tem necessariamente conhecimento processual (Bartell, Webel, Bowen & Dyson, 2012). A falta de conhecimento conceptual leva a uma abordagem essencialmente processual, centrada na memorização acrítica, com ênfase nos procedimentos de cálculo (Ma, 1999). Por exemplo, numa abordagem processual calcula-se percentagens usando a "regra de três simples ou multiplicação cruzada", sem explorar o significado de percentagem. Numa abordagem conceptual, tem-se em atenção que o trabalho com percentagens envolve um raciocínio multiplicativo, sendo o valor representado numa dada percentagem definido pela unidade de referência.

No conhecimento didático focamo-nos em duas dimensões essenciais: o conhecimento sobre tarefas e o conhecimento sobre alunos. No que diz respeito às tarefas, os professores devem ser capazes de selecionar, desenhar e sequenciar tarefas, saber aproveitar as estratégias dos alunos para formular questões matemáticas, estabelecendo uma sequência de ensino e reconhecer que as suas opções influenciam as oportunidades de aprendizagem (Chapman, 2013; Scherrer & Stein, 2012). Existem muitos materiais e tarefas disponíveis na internet ou noutros documentos de apoio ao professor incluindo brochuras e manuais escolares. Assim, o professor deve ser capaz de avaliar a qualidade matemática das tarefas, identificar o nível de desafio matemático e os contextos, analisando se são significativas para os seus alunos, e adequá-las aos seus propósitos de ensino e aos alunos (Chapman, 2013; Serrazina, 2012). Relativamente ao conhecimento sobre alunos, os professores devem ser capazes de antecipar e identificar as suas dificuldades e erros comuns, nomeadamente quando ouvem e interpretam pensamentos incompletos. Devem também saber antecipar as resoluções dos alunos em tarefas específicas (Bartell et al., 2012) e o que os alunos consideram desafiante e interessante ou confuso (Ball et al., 2008; Norton, McCloskey & Hudson, 2011). No caso dos números racionais, e especificamente nas percentagens, é importante que os professores tenham presente que os alunos tendem a olhar para as percentagens como representações de unidades *per si* e não como razões onde a unidade de referência define a quantidade representada.

Relacionados com estas duas dimensões do conhecimento para ensinar Matemática (sobre tarefas e sobre alunos), é necessário considerar aspetos relativos à comunicação. Um deles é a exploração de representações ativas, pictóricas e simbólicas que apoiem a resolução de tarefas de modo a construir ou ilustrar objetos, conceitos e situações matemáticas (Serrazina, 2012). No caso dos números racionais, é importante saber como os alunos usam as várias representações (pictórica, verbal, fração, numeral decimal, percentagem) e as relações que estabelecem, desenvolvendo uma compreensão dos objetos matemáticos e do conjunto numérico na sua globalidade (NCTM, 2007). Por fim, quando exploram tarefas, os professores devem reconhecer os prós e contras da utilização de determinadas representações no processo de ensino-aprendizagem e saber aproveitar as estratégias e representações dos alunos para promover ideias matemáticas (Ball et al., 2008; Isiksal & Cakiroglu, 2011; Stylianou, 2010). Note-se que nem sempre representações matematicamente "corretas" iluminam conceptualmente os processos e procedimentos realizados ou a realizar (Ferreira & Ponte, 2015).

A prática letiva do professor

A prática de ensino exploratório requer uma gestão cuidadosa dos contributos dos alunos em sala de aula. O professor tem um papel essencial, sendo necessário ter em atenção as circunstâncias em que atua num determinado contexto (Ponte, Quaresma & Branco, 2012). Uma aula pode ter várias estruturas e momentos. No ensino-aprendizagem exploratório é frequentemente desenvolvida em três fases, lançamento, realização e discussão da tarefa (Ponte, 2005; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). O trabalho dos alunos desenvolve-se habitualmente em coletivo na fase inicial de apresentação da tarefa e na discussão de várias resoluções e sistematização dos conceitos evidenciados. Na fase de resolução das tarefas, os alunos trabalham de modo autónomo, acompanhados e orientados pelo professor.

Na sala de aula, a prática letiva do professor pode ser caracterizada pelas tarefas propostas aos alunos e pela comunicação que se estabelece (Ponte et al., 2012). O professor, partindo dos seus propósitos, pode optar por propor tarefas com maior ou menor nível de desafio matemático e com uma estrutura mais ou menos aberta. Ou seja, dependendo dos seus propósitos, pode optar por propor exercícios e/ou problemas, explorações e investigações nas quais os alunos têm que conceber e concretizar estratégias de resolução a partir dos seus conhecimentos prévios. Por outro lado, deve considerar tarefas significativas para os seus alunos, envolvendo contextos matemáticos e não-matemáticos (Ponte, 2005).

A comunicação é um elemento estruturante da prática letiva fundamental no processo de construção do conhecimento (Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014). Comunicar é tornar algo em comum fazendo uso de gestos e elementos de apoio, representações, explicações e questões. Na sua dimensão discursiva, a linguagem pode ser oral ou escrita, incluindo a linguagem e as representações matemáticas. Podemos considerar três aspetos da comunicação: (i) o questionamento, analisando o tipo de questões, nomeadamente de inquirição, confirmação e focalização (Ponte & Serrazina, 2000); (ii) a exploração de representações que apoiem a resolução de tarefas, introduzidas pelo professor ou construídas pelos alunos, de modo a ilustrar objetos, conceitos e situações matemáticas (Charalambous et al., 2011; Serrazina, 2012); e (iii) as explicações, que podem ter diferentes fins e características (Charalambous, Hill & Ball, 2011; Serrazina, 2012). Relativamente às explicações, o professor tendo em mente os alunos e os seus conhecimentos, deve definir de forma adequada os principais termos e conceitos e destacar as principais ideias matemáticas explicando o processo de pensamento passo-a-passo. De modo a esclarecer a questão em análise, deve usar exemplos adequados e representações modelando procedimentos e conceitos (Charalambous et al., 2011). Numa explicação usam-se representações como ferramentas, para exprimir ideias matemáticas de diferentes formas, por exemplo, estabelecendo relações entre representações pictóricas e simbólicas. Para além de olharmos para o foco da comunicação, importa analisar *como* esta é realizada, realçando ou apoiando a construção de um conhecimento de natureza processual ou conceptual.

A prática letiva constitui-se em torno de propósitos de ensino e aprendizagem e depende das ações do professor na promoção das aprendizagens. No entanto, também são importantes ações de promoção de um ambiente de aprendizagem onde se gerem os alunos e a turma como um todo (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2014; NCTM, 1994; Ponte & Serrazina, 2000). Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) consideram quatro tipos de ações do professor diretamente relacionadas com os tópicos e processos matemáticos: convidar, quando o professor pretende iniciar a discussão; apoiar/guiar, quando conduz diretamente os alunos na resolução da tarefa usando diferentes tipos de questões; informar/sugerir, quando dá informação, argumenta ou valida as ideias dos alunos; e desafiar, quando incentiva os alunos a uma participação ativa na interpretação das situações e na explicação das suas ideias, estabelecendo conexões e avaliando o seu trabalho. O professor tem um papel importante na dinâmica de sala de aula agindo, nos seus diferentes momentos, de modo a criar um ambiente de aprendizagem (Canavarro et al., 2014; NCTM, 2007). Assim, é importante que o professor: (i) estruture o tempo dos diferentes momentos da aula; (ii) organize o ambiente de trabalho no que diz respeitos às formas de trabalho dos alunos (pares, grupo ou turma) e materiais da aula; e (iii) promova e valorize as ideias de todos os alunos, a colaboração entre eles e o questionamento e discussão (NCTM, 2007). Numa prática de natureza exploratória, e de modo a regular a discussão em pequenos grupos, o professor deve gerir as interações, promover o registo e organização das resoluções (Canavarro et al., 2014; NCTM, 2007) e ao mesmo tempo identificar e selecionar resoluções variadas, sequenciando-as para o momento da discussão (Stein et al., 2008). Deve também organizar a discussão coletiva, definindo tempos e espaços, promovendo atitudes de respeito e interesse pelos trabalhos apresentados e promovendo e gerindo a participação dos alunos na discussão. Por fim, num ambiente adequado, focando os alunos no conhecimento matemático que emerge da tarefa realizada e discutida, deve estabelecer conexões, garantindo o registo das principais ideias (Canavarro et al., 2014; Stein et al., 2008).

A prática letiva é complexa e exige do professor um profundo conhecimento de natureza conceptual (Ponte & Chapman, 2015), requerendo uma antecipação cuidada e pormenorizada das dificuldades dos alunos (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2015; Serrazina, neste livro). Analisando criticamente materiais, artigos e documentos curriculares, o professor tem que preparar o que vai ensinar e como vai ensinar fazendo uso do seu reportório de representações e selecionando as ideias que considera importantes para o ensino da Matemática, adaptando-o às características dos seus alunos (Shulman, 1987). Quando prepara a atividade na sala de aula deve prever explicações e questões que possam apoiar as aprendizagens dos alunos. A antecipação das dificuldades dos alunos tem um papel fundamental para a orquestração de uma discussão matemática (Stein et al., 2008). Assim, o professor deve antecipar as estratégias que estes podem usar, relacionando-as com as aprendizagens previstas, referentes a conceitos, representações e procedimentos, e as capacidades a desenvolver.

Metodologia de investigação

Este estudo segue um *design* de estudo de caso, tendo por foco os processos e significados na ação de Berta, uma professora estagiária, quando lecionou números racionais (a noção de percentagem) a uma turma do 6.º ano. Berta tem 23 anos e antes de ingressar no ensino superior estudou Matemática 12 anos. É considerada pelos seus professores como muito boa estudante, muito empenhada, que mostra segurança no trabalho com os alunos e evidencia vontade em melhorar a sua prática. Tem uma boa relação com o professor cooperante (titular da turma de estágio) com quem discute sempre as tarefas que seleciona e que pretende propor na semana em que assume a responsabilidade da lecionação. Ao relembrar o seu percurso na ESE, menciona tópicos, abordagens e tarefas que explorou enquanto estudante. Refere que as experiências vividas na formação inicial foram significativas para o seu conhecimento para ensinar Matemática selecionando, para a sua prática letiva, tarefas que foram exploradas consigo na ESE.

As aulas foram observadas, videogravadas e posteriormente analisadas com a professora estagiária. Foram realizadas entrevistas semiestruturadas no início (EI) e no final do estágio (EF) e antes (EA) e depois de cada aula (ED) e foram também analisadas as planificações (P) e reflexão escrita (RE). A análise assume um cunho descritivo procurando caracterizar a prática letiva durante a planificação e discussão de uma tarefa. No momento da planificação analisamos o processo de seleção da tarefa, a antecipação de resoluções e a previsão dos diferentes momentos de trabalho e das questões para exploração da tarefa. Durante a concretização em sala de aula, analisamos a concretização do propósito da tarefa explorada, o foco da comunicação (questionamento, representações e explicações) e as ações de promoção da aprendizagem e da organização do ambiente. Na prática de ensino, damos atenção à natureza do conhecimento para ensinar Matemática, especificamente o conhecimento sobre alunos e tarefas e o foco da comunicação estabelecida com os alunos quando exploram percentagens.

Seleção das tarefas e preparação da exploração

Seleção da tarefa

Berta e o professor cooperante decidiram que, no final do ano letivo, seria importante explorar aspetos centrais do tema dos números racionais. O trabalho seria realizado em três aulas de 90 minutos, sendo as percentagens exploradas em 90 minutos consecutivos. No entanto, por imprevistos vários, a aula decorreu em 45 minutos num dia e noutros 45 minutos três dias depois. Os alunos, de 6.º ano, já sabiam calcular percentagens mas apresentavam dificuldades em resolver problemas. Assim, como propósito para a aula, foi estabelecido o desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas e comunicação matemática. Especificamente, pretendia-se que os alunos:

> Compreendam o sentido da percentagem, o significado... Vamos trabalhar com a mesma percentagem para valores diferentes para que percebam que [apesar de] estarmos a falar da mesma percentagem o valor em que ela incide, acaba por influenciar!… (EA)

Berta reviu diferentes tarefas com que contactou na ESE. Na entrevista inicial, explicou como fez a seleção das tarefas a propor. Mostrou ter procurado, especificamente, tarefas de natureza desafiante:

> [Na ESE] conseguem sempre cativar-nos... Há sempre uma tarefa inicial… Portanto o que é que eu pensei… Vou na próxima semana, desenvolver também tarefas... Fui pesquisar, além dos manuais, que considero que não têm grandes tarefas, têm exercícios… Não têm problemas como queria, fui ver o que é que havia [nas várias UC]. (EI)

Assim, percebemos que Berta procurou especificamente tarefas com um nível de desafio maior, invocando razões que dependem da sua experiência como estudante da ESE. Explicou como contatou com a tarefa escolhida (Figura 1) numa aula de Didática:

> Analisámos uma aula de uma docente que colocou a tarefa em prática com os seus alunos. Assim, examinámos a planificação realizada, o decurso da aula, as resoluções dos diferentes grupos de trabalho, a síntese elaborada pela professora e a sua conclusão acerca da aula lecionada. Por este motivo, ao planificar senti que seria uma segurança para mim, pois já tinha alguns conhecimentos acerca da tarefa. (RE)

> Como já deves ter dado conta, o preço dos combustíveis variam, com muita frequência, consoante o preço do barril de petróleo.
>
> As bombas de combustível Petrolex Lda aumentaram o preço da gasolina em 10%, o que fez com que os automobilistas protestassem imenso. Perante isto, o Director da Petrolex Lda mandou voltar a baixar o preço da gasolina em 10%.
>
> Será que a gasolina voltou ao preço anterior? Justifica a tua resposta.

Figura 1. Tarefa escolhida por Berta.

Relativamente ao momento de resolução da tarefa, Berta explicou como viveu o processo, enquanto estudante da ESE, projetando-o para os seus alunos:

> A professora apresentou-nos a tarefa e, automaticamente, ao olhar para o enunciado pensei… Vai voltar ao mesmo valor! Mas depois pensei… Não pode ser . . . [Mais tarde] percebi que estando a falar de percentagem tinha que haver aqui uma influência tendo em conta o preço. Achei interessante [porque] considero que os alunos acabam por ter esta dificuldade. E, tenho quase a certeza que, a grande maioria me vai dizer que vai voltar ao mesmo valor. E é também daqui que eu quero partir . . . Do erro deles. E que experimentem também algum valor para que percebam… Esta implicação da percentagem sobre o valor. (EA)

A tarefa proposta na aula de Didática da Matemática provocou, em Berta, conflito cognitivo relativamente ao efeito da percentagem no valor da gasolina. A sua experiência como estudante contribuiu para o conhecimento sobre as possíveis resoluções e dificuldades dos alunos. Como tal, a futura professora tinha como propósito geral explorar este aspeto promovendo conhecimento conceptual sobre percentagens. Reconheceu, ainda, o valor que tarefas matematicamente desafiantes e contextualizadas podem ter no conhecimento matemático de natureza conceptual dos alunos e na promoção do gosto pela disciplina.

Preparação da exploração

Berta planificou a sua aula usando uma estrutura que lhe foi sugerida na ESE, e que incluía enunciar objetivos, tópicos, recursos e avaliação, bem como descrever as ações a desenvolver, antecipar resoluções corretas e incorretas dos alunos(identificando erros e dificuldades) e ainda prever questões que pudessem orientar as aprendizagens dos alunos. Assim, na antecipação das resoluções da tarefa, resolveu as tarefas que ia apresentar (Figura 2) e sublinhou: "resolvo-as de várias maneiras…" (EI). Também registou a possível ideia errada. Depois disso partiu para a resolução da tarefa de forma mais geral, testando-a com valores reais. Na figura apenas observamos a resolução com 1€ e 1,5€ mas Berta resolveu, igualmente, para o valor 2€ recorrendo sempre a resoluções aritmeticamente corretas com a representação decimal dos números racionais.

> O professor deve levar os alunos a experimentar valores para a gasolina, pois à partida a resposta é que a gasolina volta ao preço inicial.
>
> 10% do valor inicial = valor de aumento
> Valor inicial + valor do aumento = novo valor
> 10% do novo valor = valor de desconto
> Novo valor - valor de desconto = preço final
> - o preço final é sempre mais baixo do que o preço inicial

Exemplo: preço inicial – 1€	Exemplo: preço inicial – 1,5€
10% x 1 = 0,10 x 1 = 0,10	10% x 1,5 = 0,10 x 1,5 = 0,15
1 + 0,10 = 1,10	1,5 + 0,15 = 1,65
10% x 1,10 = 0,10 x 1,10 = 0,11	10% x 1,65 = 0,10 x 1,65 = 0,165
1,10 – 0,11 = 0,99	1,65 – 0,165 = 1,485

Figura 2. Antecipação das resoluções.

Analisando as resoluções previstas e observando a primeira parte verificamos que Berta focou-se em questões de natureza conceptual sem perder de vista os procedimentos a adoptar na resolução da tarefa. Num primeiro momento, previu as ideias matemáticas que mereciam atenção e, em seguida, antecipou possíveis resoluções recorrendo a casos ilustrativos do efeito da alteração da unidade de referência. Desta forma preparou-se tanto para apoiar os alunos na resolução de procedimentos como para discutir o conceito de percentagem. Note-se que apenas previu a conversão da representação em percentagem na representação decimal, explicitando os procedimentos de cálculo adotados.

Berta previu as ações dos alunos, as suas ações e as questões que poderia colocar aos alunos. Afirmou que a antecipação de questões é a parte mais complicada do planeamento e, como tal, preparou-a com cuidado:

> Eu acho que o grande desafio vai ser, eu própria, colocar as questões porque, acho que eles primeiro vão dizer que o preço vai voltar ao inicial e portanto, tentar que eles desconstruam esta ideia, tentar levá-los a dar um valor [aceitável] à gasolina. . . Para ver se acontece num caso e se acontece, também, no outro, por exemplo. Depois... As questões, também vão ser importantes. Tenho algumas preparadas mas vamos ver se consigo... Com que eles sigam, mais ou menos, o que eu pretendo. (EA)

Como é usual, depois de selecionar a tarefa, de a resolver, de preparar todos os materiais e de planificar a aula, Berta enviou o que fez aos seus supervisores. De seguida, reuniu com o professor cooperante para discutir a adequação da sua proposta, incluindo questões relativas à gestão curricular, tendo concordado com a planificação. No final do trabalho, enviou uma versão à supervisora da ESE. Esta comentou, sugeriu e questionou diversos aspetos, levando a professora estagiária a alterar a preparação da concretização da prática letiva (figura 3).

Neste momento, os alunos começam a trabalhar com os seus grupos, tentando responder à questão: Será que a gasolina voltou ao preço anterior?. O professor dá algum tempo para que os alunos possam discutir ideias e estratégias, mas, de seguida, deve passar por outros grupos. Caso os alunos não consigam iniciar a tarefa ou se estiverem a pensar numa estratégia errada, o professor deve voltar a questioná-los. Poderão ter dificuldade em perceber a tarefa, pois não há referência ao preço da gasolina. Além disso, estão tentados a responder que a gasolina volta ao mesmo preço, pelo que o docente deve perguntar: O preço da gasolina é o mesmo em todos os locais de venda? E se supuserem um preço aceitável? Por que é que isto acontece?	**Comment:** Qual pode ser a dificuldade inicial? Não ter um valor para o preço da gasolina? **Comment:** Incentivar a que realizem os cálculos com um valor se não estiverem a conseguir avançar! **Comment:** Envolvendo o quê nessa estratégia? Ter também atenção à utilização de diferentes representações, por parte dos alunos: frações, decimais,…

Figura 3. Antevisão da prática letiva e respetivos comentários.

Analisando a primeira versão da planificação, verificamos que no primeiro parágrafo Berta descreveu ações gerais sem explicitar os objetivos de tais ações e como pretendia interagir com os alunos. A questão prevista repete a questão da tarefa. No segundo parágrafo antecipou dificuldades dos alunos na compreensão do conceito, mas não antecipou como vai dar resposta a tal dificuldade, antecipou a resposta errada e formula algumas questões a fazer focando-se na questão da razoabilidade do preço. As questões são gerais e distantes de possíveis resoluções erradas ou dificuldades dos alunos. As sugestões da supervisora remetiam para a antecipação das dificuldades dos alunos, questionando Berta sobre o conceito envolvido e chamando a sua atenção para aspetos relativos às representações a usar pelos alunos.

No final a sua planificação foi alterada tentando dar resposta aos comentários da supervisora da ESE. Analisando e comparando as duas verificamos alguns avanços (figura 4). As questões diversificaram-se. No primeiro parágrafo, Berta passou a definir questões mais próximas dos conceitos que quer trabalhar com as possíveis dificuldades que os alunos poderiam ter na interpretação do enunciado. O foco das questões está nos processos de resolução de problemas e no conceito de percentagem. No segundo parágrafo não ampliou o tipo de questões mas acrescentou a sugestão dada pela supervisora relativamente à importância de testar vários valores de modo a que os alunos compreendessem o efeito do aumento e descida do preço da gasolina. Podia ter antecipado algumas questões para apoiar os alunos na resolução da tarefa recorrendo a outras representações (fracionária ou pictórica). Tal pode ter acontecido porque a professora estagiária não antecipou diferentes resoluções corretas com diferentes representações.

Neste momento, os alunos começam a trabalhar com os seus grupos, tentando responder à questão: Será que a gasolina voltou ao preço anterior?. O professor dá algum tempo para que os alunos possam discutir ideias e estratégias, mas, de seguida, deve passar por outros grupos.	Neste momento, os alunos começam a trabalhar com os seus grupos, tentando responder à questão: Será que a gasolina voltou ao preço anterior?. O professor dá algum tempo para que os alunos possam discutir ideias e estratégias, mas, de seguida, deve passar por outros grupos. São colocadas questões como: O que sabemos? Quais são as condições? O que queremos saber? Que conceitos matemáticos podem ser úteis? O que significa ter um aumento de 10%?
Caso os alunos não consigam iniciar a tarefa ou se estiverem a pensar numa estratégia errada, o professor deve voltar a questioná-los. Poderão ter dificuldade em perceber a tarefa, pois não há referência ao preço da gasolina. Além disso, estão tentados a responder que a gasolina volta ao mesmo preço, pelo que o docente deve perguntar: O preço da gasolina é o mesmo em todos os locais de venda? E se supuserem um preço aceitável? Por que é que isto acontece?	Caso os alunos não consigam iniciar a tarefa ou se estiverem a pensar numa estratégia errada, o professor deve voltar a questioná-los. Poderão ter dificuldade em perceber a tarefa, pois não há referência ao preço da gasolina. Além disso, estão tentados a responder que a gasolina volta ao mesmo preço, pelo que o docente deve perguntar: O preço da gasolina é o mesmo em todos os locais de venda? E se supuserem um preço aceitável? Por que é que isto acontece? O docente deve incentivar os alunos a realizar cálculos com um valor, se não estiverem a conseguir avançar.

Figura 4. Antevisão de questões nas planificações antes e depois das sugestões da supervisora.

O trabalho relativo à tarefa da gasolina ficou dividido em duas aulas. Na primeira aula, a tarefa foi apresentada aos alunos e estes resolveram-na autonomamente, a pares. Na segunda aula, a tarefa foi discutida. Berta foi alertada pela supervisora para a importância da análise das resoluções antes de avançar para a sua exploração. Assim, analisou as resoluções dos alunos e previu a discussão em grande grupo. Depois de analisar as resoluções, explicou como as pretendia sequenciar. Escolheu apenas duas resoluções diferentes e explicou porquê:

> Um que explica porque é que ele primeiro pensou que o preço da gasolina voltaria ao preço inicial e faz um esquema onde explica que se nós emprestamos algo a alguém e depois voltamos a pedir a mesma quantidade ficamos com a quantidade que tínhamos inicialmente. E portanto tinha pensado que o preço voltava ao inicial . . . Fez o esquema para explicar como tinha pensado e em seguida, deu um valor à gasolina. Neste caso 10€ não é um preço completamente aceitável e portanto considerei que ele seria o primeiro a apresentar . . . O outro aluno, escolhi porque fez uma comunicação matemática mais correta do que todos os outros. Explicou bem, apesar de na folha de registo ter desorganizado um pouco os cálculos, mas observando consegui perceber qual era a ordem e vou pedir que ele registe por ordem. Esse aluno tem os cálculos todos corretos, acho que compreendeu bem… O par compreendeu o que era para fazer e além disso, o valor é aceitável. Portanto ele dá 1,50 € ao litro de gasolina. (EA)

Na figura 5 vemos que Berta pretendia explorar o erro que tinha previsto inicialmente, de modo a levar os alunos a compreender o conceito de percentagem. Estava, também, preocupada em reorganizar as resoluções dos alunos de modo a que sejam mais eficientes do ponto de vista da comunicação matemática escrita.

> Um dos elementos do par, escolhido pelo professor, faz a apresentação oral e escrita no quadro. O docente solicita muita atenção por parte dos colegas de turma, para que consigam colocar questões. O professor também deve colocar questões como: Por que escolheram este preço para a gasolina? Esse preço é razoável? Os resultados seriam diferentes se escolhessem outro preço? Por que razão os preços não voltam ao preço inicial, independentemente do valor escolhido? O que é que isso tem a ver com as percentagens? O valor do aumento e da descida alguma vez seriam iguais? Porquê?
>
> É importante que os alunos percebam o conceito de percentagem e que o relacionem com o de unidade, para entenderem que duas percentagens iguais, que incidem sobre unidades diferentes, não podem dar resultados iguais. Para isso, o professor utiliza cartolinas (uma tira é a unidade; outra tira que é a unidade e mais 10%; outra tira que é a nova unidade e se retira 10%).
>
> Os alunos devem fazer o seguinte registo: Se a um dado valor A acrescentarmos 10% desse valor, obtemos um novo valor B, superior a A. Se, em seguida, ao valor B, retirarmos 10% desse valor, obtemos um terceiro valor C. O valor de C é menor do que o valor de A (inicial). O valor dos 10% de A é inferior ao valor dos 10% de B.

Figura 5. Antecipação da segunda parte da aula.

Na planificação de Berta, observamos que previu questões a realizar de modo a explorar as diferentes resoluções e a interligá-las. O questionamento previsto é mais diversificado e focado no confronto entre diferentes resoluções com valores diferentes. Percebe-se que, com o confronto entre resoluções, pretendia discutir o conceito de percentagem levando os alunos a justificar as suas afirmações. No segundo parágrafo, identificou o propósito principal da tarefa remetendo para a questão da unidade de referência e como esta se relaciona com o conceito de percentagem. No entanto, quando se trabalha com percentagens (ou frações como operadores), expressões como "e mais 10%" e "se retira 10%", sem identificar a unidade de referência, podem deixar pouco claro o raciocínio multiplicativo envolvido. No terceiro parágrafo da Figura 5 esta ideia já foi evidenciada.

Berta preparou com bastante cuidado o momento da síntese final. Apesar de não o ter antecipado na sua primeira planificação escrita, fê-lo na segunda planificação, como observamos na figura 5. A sua ideia era recorrer a uma representação da situação construída em cartolina, tal como viu no vídeo na sua aula de Didática:

> [No vídeo] a professora utiliza um pedaço de cartolina que ela vai recortando na aula . . . A professora não faz com 10%, faz com 50% . . . a professora tem uma tira de cartolina e depois dobra a cartolina ao meio e vai a outro pedaço de cartolina para eles verem que já tem três partes e vai acrescentar ali àquela com fita-cola e vai colando no quadro. A minha ideia foi um bocadinho diferente, uma vez que eu queria já trazer os 10% cortados e juntar, no quadro, para depois apresentar a nova unidade. [Farei assim] porque … primeiro não ia demorar tanto tempo, no sentido em que não ia estar naquela altura a recortar e queria mesmo experimentar. [Queria que] eles percebessem que aqueles 10% iam caber 10 vezes na unidade que tinha, do preço inicial. Foi por isso que não fiz da forma da professora (EA).

Berta observou o vídeo onde se usa uma representação que pode iluminar o conceito de percentagem, e decidiu fazer alterações. Assim, sem ter tido tempo para consultar os supervisores, decidiu fazer algumas modificações na estratégia observada. O objetivo principal era ganhar tempo, levando materiais construídos de modo a sentir-se mais segura. Quando terminou de construir a cartolina sentiu que esta podia dificultar a visualização da diferença entre o valor inicial e o valor final mas já era muito tarde para reconstruir o material.

Partindo das suas experiências enquanto estudante da ESE, Berta antecipou a resolução dos seus alunos e a ideia errada relativa à resposta à tarefa, evidenciando conhecimento didático sobre alunos. No entanto, não antecipou todas as representações possíveis nem a sua exploração e, talvez por isso, num primeiro momento, não tenha antecipado como apoiar os alunos nas suas dificuldades. Esta questão foi sinalizada pela supervisora mas a professora estagiária não a tomou em consideração na preparação da exploração da tarefa. Aquando da restruturação da planificação, Berta analisou aspetos relativos à comunicação a estabelecer de modo a desenvolver nos alunos um conhecimento de natureza conceptual e previu aspetos relativos às suas dificuldades e à antecipação das diferentes resoluções da tarefa. Relativamente à preparação da síntese, recorreu à sua experiência como estudante na ESE, onde desenvolveu conhecimento didático sobre a tarefa. É interessante verificar que não reproduz de modo exato o que observou, introduzindo alterações que considerou pertinentes.

Concretização

Apresentação da tarefa

Berta introduziu a tarefa "Petrolex Lda" distribuindo o enunciado a cada aluno e solicitando a um que lesse. De modo a que se desse "uma pequena discussão com os alunos sobre a temática dos combustíveis e da sua alteração de preço" (RE) reforçou os dados principais do problema e a questão colocada. Assim, Berta tentou que os alunos compreendessem a tarefa e que se sentissem desafiados. Nesta fase, optou por não discutir e relacionar as ideias matemáticas chave, enfatizando antes as características contextuais de modo a esclarecer o vocabulário desconhecido. Como resposta à questão da tarefa, alguns alunos foram afirmando que o preço volta ao preço inicial e outros discordavam. Berta deu indicações sobre a organização do trabalho e reforçou a importância dos registos escritos das estratégias para a discussão posterior:

> Então o que vão fazer? Não vamos discutir mais e vão com o vosso par tentar perceber qual é que seria o preço da gasolina… Será que voltou ou não ao preço inicial? Têm cinco minutos e eu vou passando pelos grupos para tentar perceber . . . Atenção o que vocês já escreveram digam que sim, digam que não, não apagam nada! Deixam tudo como está! E depois nós vemos o que pensaram e o que viram como é que ficaram.

Assim, na fase de apresentação da tarefa, Berta realizou ações de promoção do ambiente de aprendizagem estabelecendo o trabalho a pares e promovendo a valorização de diferentes ideias e a colaboração entre os alunos. Promoveu, ainda, o registo das resoluções.

Exploração da tarefa

Na fase de lançamento da tarefa alguns aspetos não foram discutidos em grande grupo, sendo esclarecidos por Berta enquanto monitorizou e apoiou os alunos. Assim, esta foi esclarecendo os alunos e foi sugerindo que registassem a sua hipótese e a testassem com um valor. Como nem sempre os alunos escolheram valores aceitáveis, tal como tinha antecipado, decidiu questioná-los:

> **Aluno 1:** Isto é uma rasteira!
>
> **Berta:** Porquê? Eu não digo nada... Eu pergunto se volta ao preço inicial? Não é rasteira nenhuma!
>
> **Aluno 2:** Volta ao preço inicial!
>
> **Berta:** Então nós podemos ver isso... E se vocês experimentassem uma forma de ver isso?
>
> **Aluno 2:** Cálculos!
>
> **Berta:** Podes fazer!
>
> **Aluno 2:** Posso inventar um preço?
>
> **Berta:** Podes inventar um preço! Mas vejam bem qual é o preço...
>
> **Aluno 1:** 60 euros.
>
> **Berta:** Vocês não têm que dizer um preço real mas achas que esse preço é assim...
>
> **Aluno 2:** Não… Na bomba é um ponto trinta e nove, um ponto vinte e tal...
>
> **Berta:** Pronto… Então estão a trabalhar a pares e por isso podem conversar e inventar um preço...

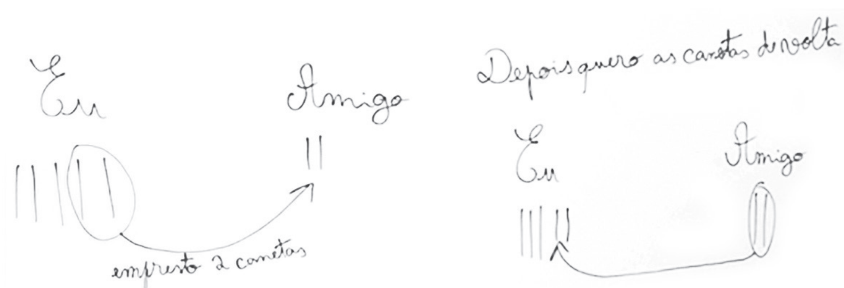
Neste diálogo, Berta começou por convidar os alunos a pensar na questão proposta. Em seguida, sugeriu que testassem a sua conjetura (o preço volta ao valor inicial). Na sua quarta intervenção, redisse a frase do aluno sugerindo que pensasse um preço e guiou os alunos a escolherem um preço usando valores concretos e "razoáveis". Quando percebeu que os alunos estavam no bom caminho incentivou o trabalho entre pares, aconselhando a discussão de ideias e reforçou a necessidade de registarem o seu raciocínio. Até ao final da aula, circulou pela sala iniciando diálogos deste tipo e apoiando os alunos a verificar cálculos. Entretanto, a aula terminou e o momento de discussão e síntese ficou para a aula seguinte. Deste modo percebemos tanto ações de promoção da aprendizagem, como ações que promovem um ambiente de discussão e de aprendizagem.

Discussão da tarefa

Na aula seguinte, e depois de ter analisado as resoluções dos alunos, Berta sequenciou as resoluções. Dirige a discussão, guiando os alunos nas suas apresentações, inquirindo e focalizando a atenção para ideias importantes a aprender, e repetindo algumas ideias. Depois do registo no quadro, eis o primeiro momento de discussão:

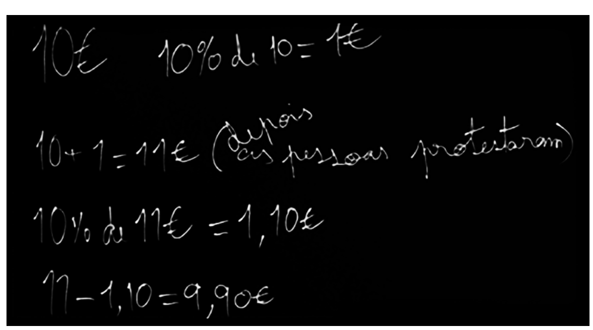
> **Berta:** A maior parte de vocês considerou que o preço da gasolina vai voltar ao preço inicial. Depois do aumento e depois de baixar! Por isso o vosso colega vai começar por explicar a primeira parte. Porque é que achaste que o preço volta a ser o mesmo? ... Não copiem nada, primeiro vamos ver!
>
> **Tomás:** Eu fiz... (registando no quadro a Figura 6). Era eu mais um amigo... E eu emprestei as canetas e voltei a pedir de volta e por isso o preço volta ao mesmo!

Figura 6. Resolução inicial do primeiro par.



De modo a perceber-se o caminho realizado por Tomás, Berta pede aos alunos para registarem e explicarem a resolução incorreta. Com a discussão desta resolução foca a atenção no facto do valor envolvido não ser absoluto mas sim relativo a uma determinada unidade. Em seguida passa para a resolução correta do mesmo par de alunos (Figura 7), apesar de considerar que o valor não era o mais ajustado à realidade:

Figura 7. Segunda parte da resolução do primeiro par.



> **Berta:** Depois foste tentar dar um preço à gasolina… De 10 euros e

foste ver se dava o mesmo valor!

Tomás: A gasolina custava 10 euros e 10% de 10 euros é 1 euro.

Berta: E isso era para nós sabermos… Porque é que fizeste 10% de 10?

Tomás: Para sabermos quanto é o valor que temos que somar aos 10 euros.

Berta: Exatamente! E depois?

Tomás: Depois somei 1 euro a 10 e deu 11 euros. E depois as pessoas protestaram…

Berta: Calma! Então esses 11 euros eram… Portanto tu tinhas dito que o preço da gasolina era 10 euros, 10% desses 10 euros era 1 euro, que ele foi aumentar. Quanto foi o aumento do valor do combustível? Passou para quanto?

Tomás: Aumentou 1 euro.

Berta: Para 11 euros. E o que aconteceu nesse momento? As pessoas começaram a protestar. E que aconteceu de seguida?

Tomás: Desceu 10% e 10% de 11 é 1,10 euros.

Berta: E aqui o Tomás fez e muito bem… Porque é que o Tomás foi fazer 10% de 11 euros e não calculou (como alguns meninos fizeram) 10% de 10 euros?

Pedro: Porque estávamos a errar porque 10% de 10… Já tínhamos feito! E ficava o mesmo preço! E se fizermos 10% de 11 ficava melhor porque...

Berta: Porque nós tínhamos que ir ver os 10% do valor que tínhamos de novo! Certo? Então o valor do desconto foi de 1 euro e 10. Certo? Portanto o combustível ficou a 9 euros e 90. Se tu fosses automobilista preferias que isto acontecesse ou não?

Tomás: Sim!

Neste episódio, vemos como Berta apoia um par de alunos a apresentar a sua resolução, procurando analisar todos os passos de modo a que os outros alunos a compreendessem. Note-se que não tinha antecipado a primeira parte da resolução e que antecipou a segunda parte mas não com números naturais. Neste episódio, a professora estagiária convida os alunos a identificarem-se com a resolução alertando que este par, tal como a maioria dos colegas, conjeturou que o preço voltava ao valor inicial. Em seguida, avança para o teste da conjetura com um valor pouco “razoável”, embora sem chamar a atenção dos alunos para esse facto. No cálculo da percentagem, questiona o aluno de modo a clarificar a sequência de passos, que vai redizendo de modo a apoiar a transição para a fase seguinte. Neste diálogo, foca-se em questões de natureza conceptual, confrontando os alunos na diferença entre calcular 10% de 10 e 10% de 11 euros.

Em seguida, Berta, tal como antecipou, pede a outro par de alunos que apresente a sua resolução. Este par resolveu bem a tarefa mas tinha os cálculos desorganizados. Antes da apresentação, a professora estagiária reorganizou a resolução com o par. No momento da apresentação, pediu a um dos alunos para apresentar a resolução respeitando a organização estabelecida. Depois do aluno registar a resolução, apoia-o na sua apresentação começando por esclarecer a turma sobre os valores que seriam aceitáveis. Neste sentido alerta para o espírito crítico necessário relativamente aos valores envolvidos e remete para o contexto dos combustíveis. Depois de esclarecida a questão dos valores, Berta pede a Manuel para explicar a sua resolução (Figura 8) visando promover o desenvolvimento da comunicação matemática:

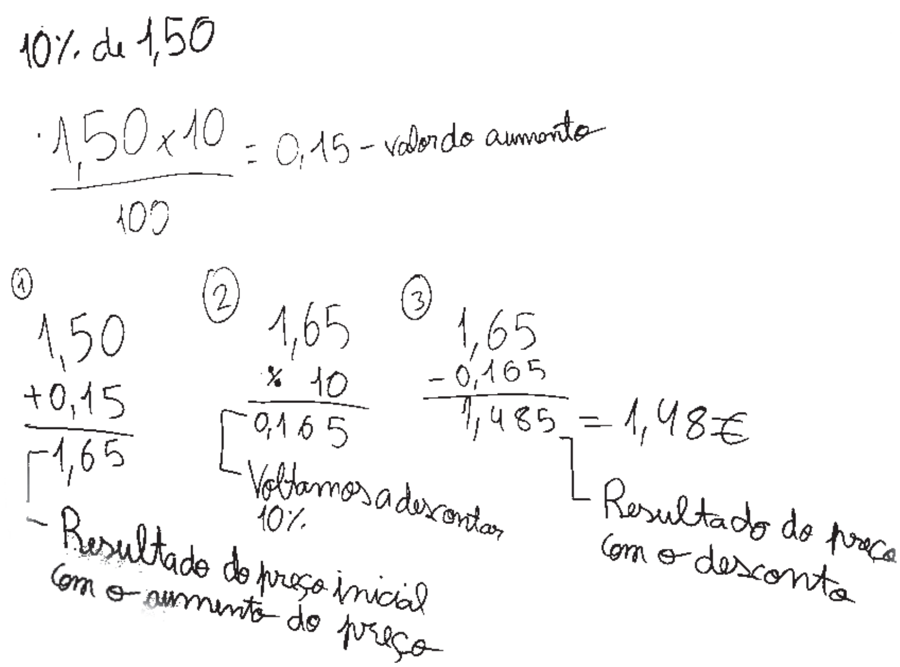


Figura 8. Resolução do segundo par.

Manuel: Imaginei 1.50€ e depois fui fazer o desconto de 10% e depois fiz este cálculo! (primeiro cálculo da Figura 8)

Berta: Então, calma. O Miguel calculou os 10% de 1.50€ para saber o valor de aumento?

Manuel: 0.15€ . . . Depois juntei aquele ao valor inicial e deu-me 1.65€ e depois fui descontar o desconto ao resultado e depois retirei 0.16€ e depois...

Berta: Com calma. O valor do aumento que nós tínhamos tido ali (passo 1) passou para 1.65€/litro, o Miguel foi calcular os 10% do desconto, portanto que dão aqui (passo 2), ele retirou o desconto de 165 milésimas e portanto temos aqui o novo resultado. O que aconteceu, tu tens aí 1.48€ (passo 3). O quê que isso significa?

Manuel: Isto foi o resultado com o desconto.

Mais adiante, Berta, sabendo que os alunos tinham realizado os cálculos na calculadora, questiona Manuel de modo a alertar para a importância do rigor na linguagem matemática escrita:

Berta: Agora só faço uma questão (apontando para o símbolo de % na operação). Miguel, que conta fizeste aqui?

Manuel: Fui descontar!

Berta: Eu sei, mas qual é que foi o cálculo que fizeste? O que é que tu lá escreveste na calculadora?

Manuel: Dividir.

Berta: Dividir? quando nós temos "de"...

Manuel: Ah! É [uma conta]de vezes!

Assim, percebemos que a transposiçaõ errónea da representação na calculadora para a representação em algoritmo escrito foi alvo de análise, tendo a professora estagiária focado os alunos na utilização da simbologia adequada.

Berta geriu intervenções e interações de diferentes alunos, estabelecendo-se conexões entre ideias, comparando resoluções, discutindo diferenças e construindo uma resolução matematicamente eficaz. A professora estagiária foca-se mais nas questões relativas ao conceito de percentagem e não em questões processuais e de cálculo. Talvez por esta razão tenha deixado cair questões que poderiam ser interessantes para o desenvolvimento do sentido de número.

O final da discussão é um momento de institucionalização das aprendizagens. Na sua síntese, Berta previu, tal como viu no vídeo, rever o conceito de percentagem. Para tal preparou uma representação retangular da situação, em cartolina (Figura 9):

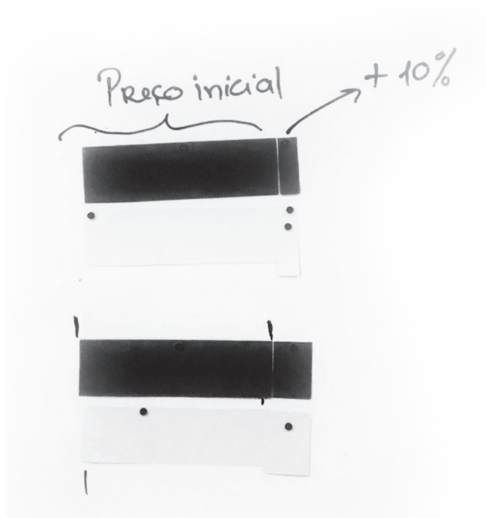


Figura 9. Representação da situação,

Berta começa a sua explicação por retomar ao enunciado remetendo para a primeira unidade de referência, ou seja, o preço inicial (cartolina castanha), exemplificando com um dos valores atribuídos por um dos alunos (1,50€). Em seguida, sinaliza que o preço aumentou em 10% do preço inicial, registando, no entanto, "+10%", o que remete para um raciocínio aditivo. Em seguida apresenta com uma nova cartolina castanha a nova unidade (valor pós-aumento, segunda unidade de referência) e mostra que a parte mais pequena cabe dez vezes no retângulo castanho grande. Os alunos concluem que, em relação ao preço inicial, a segunda unidade era 10% maior:

Berta: Este bocadinho aqui é os 10% (cor de rosa). Então o que é que aconteceu, eu fiquei com uma nova quê?

Aluno: Um novo preço.

Berta: Um novo preço. Tenho então agora uma nova unidade. Quando o Miguel foi retirar à nova unidade o que é que ele foi retirar? Os 10%, certo?

. . .

Berta: Então se tinha uma unidade que agora aumentei em 10%, a unidade que eu tenho agora é a mesma?

Aluno: Não.

Berta: Vai ser maior. Porque eu aumentei em 10%. Então agora a minha unidade é esta cor de rosa. Correto?

Em seguida, Berta remete para o enunciado e questiona o que aconteceu posteriormente. Os alunos respondem que se vai calcular novamente 10% mas agora da nova unidade:

> **Berta:** Portanto vou retirar 10%. Então agora vou fazer a mesma coisa.
>
> **Aluno:** Então vai dar o valor inicial.
>
> **Berta:** Se calhar vai. Os 10% desta unidade (rosa) é esta aqui (acrescentada na castanha). É igual?
>
> **Aluno:** É… Não!
>
> . . .
>
> **Berta:** Nós tínhamos visto que tínhamos um preço inicial, acrescentamos 10% que neste caso era 0,15€, ficamos com um novo preço, certo? Portanto esta é a minha unidade (rosa) e a esta unidade vou retirar 10%. Mas os 10% que retiro desta unidade (rosa) não são os mesmos daquela, pois não?
>
> . . .
>
> **Aluna:** Porque o preço inicial mais os 10% ficou maior e como os 10% que nós tiramos vai ser o preço sobreposto ao segundo…
>
> **Berta:** Exatamente! O que é que isso quer dizer?... Que os 10%, agora, vão incidir sobre outra unidade que já não é a mesma. Pois não? Ela agora vai ser diferente. . . estes 10% são maiores que aqueles (comparando as duas cartolinas).

Durante a discussão alguns alunos conseguem acompanhar e completar as frases que a professora vai dizendo mas outros mostram mais dificuldades em compreender a representação que modelava a situação. Este tipo de discussão enfatiza o cálculo de 10% de diferentes unidades mas Berta não concretiza qual é a unidade de referência de cada momento. Na planificação estas questões parecem claras mas nesta explicação isso nem sempre acontece.

Perante a dificuldade de alguns alunos em compreender a explicação, Berta verbaliza que talvez outras percentagens permitissem "ver melhor", passando para a situação com 20%, de modo a tornar mais evidente o impacto do aumento/diminuição no preço final. No final termina dizendo:

> **Berta:** Se vocês repararem, o preço inicial era até aqui (cartolina maior). Mas o preço final já está aqui (cartolina menor). O que é que isto significa? Que o preço final vai ser sempre menor que o preço inicial, certo? . . . Nós tínhamos visto que aqui para o 1,5€ que nos dava 1,48€, certo?

Aluno: Então esta parte aqui, castanha, é os 0,15€.

Berta: É! Esta parte aqui, castanha, é os 0,15€…

Aluno: E esta é os 0,02€ …

Berta: E este bocadinho aqui são os 0,02€! Muito bem!

Assim, para o momento da síntese final, Berta preparou uma cartolina de modo a modelar a situação do problema. Ao contrário do que tinha visto no vídeo, da ESE, decide não usar a percentagem de 50% mas sim 10% e 20%. Durante a discussão vai confirmando que esta representação, apesar de modelar corretamente a situação do ponto de vista matemático, não ilumina completamente a ideia inicial. Apesar de existirem alunos que acompanham a explicação, outros têm alguma dificuldade em visualizar a diferença entre o valor inicial e o valor final (Figura 9). Durante a síntese, a professora estagiária remete para o enunciado, relaciona a sua representação com a resolução processual de um par de alunos e retoma aspetos essenciais como a razoabilidade dos valores e a variação do valor em causa dependente da unidade de referência.

Durante o momento de concretização da aula, Berta mostra valorizar a leitura dos números e as suas representações. A exploração da tarefa selecionada é concretizada em duas aulas em três momentos fundamentais: apresentação da tarefa, exploração a pares e discussão em grande grupo. Ao preparar uma representação da situação em cartolina, evidencia preocupações de ordem didática e procura apoiar os alunos nas dificuldades que previu, questionando e explicando. Durante a exploração da tarefa, quando questiona e explica conceitos, estabelece relações entre diferentes representações simbólicas e faz uso das representações pictóricas como ferramentas para exprimir ideias matemáticas. De modo a promover um ambiente de aprendizagem, organiza tempos e momentos distintos, promove e valoriza as ideias dos alunos e a colaboração entre os pares. De modo a regular a discussão, tal como o previsto no momento da planificação, promove o registo e organização das resoluções, seleciona e sequencia resoluções variadas. Promove, ainda, atitudes de respeito e interesse pelos trabalhos apresentados. No momento da síntese final, apesar de não registar as principais ideias, foca os alunos no conhecimento matemático que emerge da tarefa realizada e discutida, estabelecendo conexões.

Considerações finais

Berta planificou e realizou uma aula a partir de uma tarefa que conhecia bem das experiências vividas na disciplina de Didática da Matemática que tinha frequentado anteriormente. Procurou desenvolver nos seus alunos conhecimento conceptual sobre números racionais, especificamente sobre percentagens, e promove a discussão de diferentes resoluções reforçando a importância do registo das diferentes fases de resolução da tarefa e a discussão entre pares. Este caso torna clara a importância de promover oportunidades que permitam aos futuros professores a compreensão da complexidade da sua prática profissional e do papel que os supervisores podem ter na melhoria da prática letiva. O trabalho feito por Berta levou-a a mobilizar conhecimento para ensinar Matemática. No momento da planificação antecipou questões relativas aos seus alunos a partir das suas vivências como estudante. Relativamente à tarefa e sua exploração previu resoluções, estabeleceu um propósito e preparou a sua concretização, apesar de nem sempre estar alerta para as questões a realizar de modo a apoiar os seus alunos na construção do seu conhecimento. O papel da supervisora foi importante na melhoria da planificação, apesar de Berta nem sempre conseguir dar resposta às questões colocadas. Durante a concretização em sala de aula, não perdeu de vista o propósito da tarefa proposta, tentando promover aprendizagens e um ambiente propício à discussão de diferentes ideias matemáticas. Apesar de ter desenvolvido um trabalho produtivo com os seus alunos e de ter mobilizado conhecimentos de natureza didática, percebemos que o caminho não é linear. No momento da discussão em grande grupo apoiou a apresentação de diferentes resoluções, explorou resoluções previstas e imprevistas e no final revisitou a situação com uma representação que não se verificou totalmente eficiente. A estratégia geral era igual à usada pela professora do vídeo mas fez adaptações que não chegou a discutir as com os seus supervisores. Esta opção revelou-se pouco eficiente na clarificação das ideias centrais a explorar. Com este caso, percebemos que, para além de ser importante a antecipação de resoluções e a previsão de questões e ações, existem outras questões a registar e a ponderar com supervisores e/ou outros professores. Salienta-se em especial a importância que os professores reflitam e registem, no momento da planificação, as representações a explorar, procurando que sejam clarificadoras para as ideias centrais a construir com os alunos.

Agradecimento

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia através de uma bolsa atribuída à primeira autora (SFRH/BD/99258/ 2013).

Referências

Ball, D. L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Bartell, T. G., Webel, C., Bowen, B., & Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*(1), 57-79.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *3*, 125-153.

Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2014). Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais de Matemática* (pp. 217-236). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (on-line).

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16,* 1–6.

Charalambous, C. Y., Hill, H., & Ball, D. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: how does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*, 441–463.

Ferreira, N., & Ponte, J.P. (2015). O papel das representações na prática letiva: Três futuras professoras e suas práticas de ensino nos números racionais. In *Atas do E;M 2015: Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp.277-293). Bragança: SP;M.

Hiebert, J. (1988). A theory of developing competence with written mathematical symbols. *Educational Studies in Mathematics*, *19*, 333-355.

Isiksal, M., & Cakiroglu, E. (2011). The nature of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge: The case of multiplication of fractions. *Journal of Mathematics Teacher Educatio*n, 14, 213–230.

Jackson, K., Garrison, A., Wilson, J., Gibbons, L., & Shahan, E. C. (2013). Exploring relationships between setting up complex tasks and opportunities to learn in concluding whole-class discussions in middle-grades mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(4), 646-682.

Lamon, S. (2006). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content and instructional strategies for teaching* (2nd ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Menezes, L., Ferreira, R., Martinho, M. H., & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais de Matemática* (pp. 135-164). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (on-line).

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar.* Lisboa: APM.

Norton, A., McCloskey, A., & Hudson, R. (2011).Prediction assessments: Using video-based predictions to assess prospective teachers' knowledge of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*, 305–325.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2015). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. In L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed.). New York, NY: Taylor & Francis.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, *22*(2), 55-81.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances en Investigación en Educación Matemática*, *1*, 67- 88.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática, 133*, 26-35.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2012). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford handbook of numerical cognition*. Oxford: Oxford University Press. Retrived from http://www.vanderbilt.edu/ psychological_sciences/bio/bethany-rittle-johnson in 9 of September 2014.

Scherrer, J., & Stein, M. K. (2012). Effects of a coding intervention on what teachers learn to notice during whole-group discussion. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*, 105–124.

Serrazina, M. L. (2012). Conhecimento matemático para ensinar: Papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista Electrónica de Educação*, *6*(1), 266-283.

Serrazina, L.S. Texto do GTI????

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Researcher*, *57*(1), 1-22.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*, 313-340.

Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*, 325-343.